

# Worksheet

12/07/2020

Free on dw-math.com

Problem quickname: 3339

1)

Solve the linear equation system.

Quick:  
3339

$$\begin{array}{r} \text{a)} \\ 3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 4x_4 = 10 \\ -21x_1 + -39x_2 + -72x_3 + -32x_4 = -22 \\ -18x_1 + -26x_2 + -49x_3 + -27x_4 = -2 \\ 27x_1 + 81x_2 + 81x_3 + 97x_4 = -700 \end{array}$$

Determine variable values:

$$(4) \Rightarrow x_4 = -10$$

$$(3) \Rightarrow 9x_3 + 70 = 106 \Rightarrow 9x_3 = 36 \Rightarrow x_3 = 4$$

$$(2) \Rightarrow (-4)x_2 + (-8) + 40 = 48 \Rightarrow (-4)x_2 = 16 \Rightarrow x_2 = -4$$

$$(1) \Rightarrow 3x_1 + (-20) + 40 + (-40) = 10 \Rightarrow 3x_1 = 30 \Rightarrow x_1 = 10$$

Solution:  $x_1 = 10, x_2 = -4, x_3 = 4, x_4 = -10$ 

$$\begin{array}{r} \text{b)} \\ 6x_1 + 7x_2 + -5x_3 + 3x_4 = -37 \\ 60x_1 + 72x_2 + -56x_3 + 36x_4 = -288 \\ -30x_1 + -29x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 397 \\ -54x_1 + -45x_2 + -9x_3 + 18x_4 = 1008 \end{array}$$

Determine variable values:

$$(4) \Rightarrow x_4 = 7$$

$$(3) \Rightarrow 10x_3 + 56 = (-34) \Rightarrow 10x_3 = -90 \Rightarrow x_3 = -9$$

$$(2) \Rightarrow 2x_2 + 54 + 42 = 82 \Rightarrow 2x_2 = -14 \Rightarrow x_2 = -7$$

$$(1) \Rightarrow 6x_1 + (-49) + 45 + 21 = (-37) \Rightarrow 6x_1 = -54 \Rightarrow x_1 = -9$$

Solution:  $x_1 = -9, x_2 = -7, x_3 = -9, x_4 = 7$ 2)

Solve the linear equation system.

Quick:  
3339

$$\begin{array}{r} \text{a)} \\ 4x_1 + -10x_2 + -7x_3 + 10x_4 = 40 \\ -20x_1 + 53x_2 + 29x_3 + -59x_4 = -203 \\ 20x_1 + -47x_2 + -50x_3 + 50x_4 = 242 \\ 24x_1 + -33x_2 + -123x_3 + 16x_4 = 378 \end{array}$$

Triangular form:

$$4x_1 + -10x_2 + -7x_3 + 10x_4 = 40 \quad (1)$$

$$3x_2 + -6x_3 + -9x_4 = -3 \quad (2)$$

$$-9x_3 + 9x_4 = 45 \quad (3)$$

$$10x_4 = 30 \quad (4)$$

Determine variable values:

$$(4) \Rightarrow x_4 = 3$$

$$(3) \Rightarrow (-9)x_3 + 27 = 45 \Rightarrow (-9)x_3 = 18 \Rightarrow x_3 = -2$$

$$(2) \Rightarrow 3x_2 + 12 + (-27) = (-3) \Rightarrow 3x_2 = 12 \Rightarrow x_2 = 4$$

$$(1) \Rightarrow 4x_1 + (-40) + 14 + 30 = 40 \Rightarrow 4x_1 = 36 \Rightarrow x_1 = 9$$

Solution:  $x_1 = 9, x_2 = 4, x_3 = -2, x_4 = 3$ 

$$\begin{array}{rclcrcl} & 6x_1 & + & x_2 & + & -10x_3 & + & 8x_4 & = & 78 \\ \text{b)} & -30x_1 & + & x_2 & + & 41x_3 & + & -33x_4 & = & -380 \\ & 48x_1 & + & 56x_2 & + & -156x_3 & + & 117x_4 & = & 671 \\ & 54x_1 & + & -21x_2 & + & -13x_3 & + & 58x_4 & = & 895 \end{array}$$

Triangular form:

$$6x_1 + x_2 + -10x_3 + 8x_4 = 78 \quad (1)$$

$$6x_2 + -9x_3 + 7x_4 = 10 \quad (2)$$

$$-4x_3 + -3x_4 = -33 \quad (3)$$

$$-3x_4 = -21 \quad (4)$$

Determine variable values:

$$(4) \Rightarrow x_4 = 7$$

$$(3) \Rightarrow (-4)x_3 + (-21) = (-33) \Rightarrow (-4)x_3 = -12 \Rightarrow x_3 = 3$$

$$(2) \Rightarrow 6x_2 + (-27) + 49 = 10 \Rightarrow 6x_2 = -12 \Rightarrow x_2 = -2$$

$$(1) \Rightarrow 6x_1 + (-2) + (-30) + 56 = 78 \Rightarrow 6x_1 = 54 \Rightarrow x_1 = 9$$

Solution:  $x_1 = 9, x_2 = -2, x_3 = 3, x_4 = 7$ 

3)

Solve the linear equation system. Use the Gaussian Elimination algorithm.

Quick:  
3339

$$\begin{array}{rclcrcl} & -8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 \\ & & & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 \\ \text{a)} & -56x_1 & + & -61x_2 & + & 17x_3 & + & 89x_4 & = & 702 \\ & 16x_1 & + & 17x_2 & + & 7x_3 & + & -41x_4 & = & -302 \\ & -8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 & (1) \\ & & & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 & (2) \\ & -56x_1 & + & -61x_2 & + & 17x_3 & + & 89x_4 & = & 702 & (3) & | + (-7) \times (1) \\ & 16x_1 & + & 17x_2 & + & 7x_3 & + & -41x_4 & = & -302 & (4) \\ & -8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 & (1) \\ & & & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 & (2) \\ & & & -12x_2 & + & -18x_3 & + & 33x_4 & = & 198 & (3) \\ & 16x_1 & + & 17x_2 & + & 7x_3 & + & -41x_4 & = & -302 & (4) & | + 2 \times (1) \\ & -8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 & (1) \\ & & & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 & (2) \\ & & & -12x_2 & + & -18x_3 & + & 33x_4 & = & 198 & (3) & | + 4 \times (2) \\ & & & 3x_2 & + & 17x_3 & + & -25x_4 & = & -158 & (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll}
-8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 & (1) \\
& & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 & (2) \\
& & & & 10x_3 & + & -7x_4 & = & -74 & (3) \\
& & 3x_2 & + & 17x_3 & + & -25x_4 & = & -158 & (4) \quad | + (-1) \times (2) \\
-8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 & (1) \\
& & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 & (2) \\
& & & & 10x_3 & + & -7x_4 & = & -74 & (3) \\
& & & & 10x_3 & + & -15x_4 & = & -90 & (4) \quad | + (-1) \times (3) \\
-8x_1 & + & -7x_2 & + & 5x_3 & + & 8x_4 & = & 72 & (1) \\
& & 3x_2 & + & 7x_3 & + & -10x_4 & = & -68 & (2) \\
& & & & 10x_3 & + & -7x_4 & = & -74 & (3) \\
& & & & & & -8x_4 & = & -16 & (4)
\end{array}$$

Determine variable values:

$$(4) \Rightarrow x_4 = 2$$

$$(3) \Rightarrow 10x_3 + (-14) = (-74) \Rightarrow 10x_3 = -60 \Rightarrow x_3 = -6$$

$$(2) \Rightarrow 3x_2 + (-42) + (-20) = (-68) \Rightarrow 3x_2 = -6 \Rightarrow x_2 = -2$$

$$(1) \Rightarrow (-8)x_1 + 14 + (-30) + 16 = 72 \Rightarrow (-8)x_1 = 72 \Rightarrow x_1 = -9$$

Solution:  $x_1 = -9, x_2 = -2, x_3 = -6, x_4 = 2$

$$\begin{array}{rcll}
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 \\
63x_1 & + & 29x_2 & + & -40x_3 & + & 40x_4 & = & 243 \\
-21x_1 & + & -7x_2 & + & 15x_3 & + & -28x_4 & = & -107 \\
-35x_1 & + & -15x_2 & + & 34x_3 & + & -49x_4 & = & -230 \\
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 & (1) \\
63x_1 & + & 29x_2 & + & -40x_3 & + & 40x_4 & = & 243 & (2) \quad | + 9 \times (1) \\
-21x_1 & + & -7x_2 & + & 15x_3 & + & -28x_4 & = & -107 & (3) \\
-35x_1 & + & -15x_2 & + & 34x_3 & + & -49x_4 & = & -230 & (4) \\
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 & (1) \\
& & 2x_2 & + & -4x_3 & + & -5x_4 & = & 9 & (2) \\
-21x_1 & + & -7x_2 & + & 15x_3 & + & -28x_4 & = & -107 & (3) \quad | + (-3) \times (1) \\
-35x_1 & + & -15x_2 & + & 34x_3 & + & -49x_4 & = & -230 & (4) \\
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 & (1) \\
& & 2x_2 & + & -4x_3 & + & -5x_4 & = & 9 & (2) \\
& & 2x_2 & + & 3x_3 & + & -13x_4 & = & -29 & (3) \\
-35x_1 & + & -15x_2 & + & 34x_3 & + & -49x_4 & = & -230 & (4) \quad | + (-5) \times (1) \\
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 & (1) \\
& & 2x_2 & + & -4x_3 & + & -5x_4 & = & 9 & (2) \\
& & 2x_2 & + & 3x_3 & + & -13x_4 & = & -29 & (3) \quad | + (-1) \times (2) \\
& & & & 14x_3 & + & -24x_4 & = & -100 & (4)
\end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 & (1) \\
& & 2x_2 & + & -4x_3 & + & -5x_4 & = & 9 & (2) \\
& & & & 7x_3 & + & -8x_4 & = & -38 & (3) \\
& & & & 14x_3 & + & -24x_4 & = & -100 & (4) \quad | + (-2) \times (3) \\
-7x_1 & + & -3x_2 & + & 4x_3 & + & -5x_4 & = & -26 & (1) \\
& & 2x_2 & + & -4x_3 & + & -5x_4 & = & 9 & (2) \\
& & & & 7x_3 & + & -8x_4 & = & -38 & (3) \\
& & & & & & -8x_4 & = & -24 & (4)
\end{array}$$

Determine variable values:

$$\begin{aligned}
(4) &\Rightarrow x_4 = 3 \\
(3) &\Rightarrow 7x_3 + (-24) = (-38) \Rightarrow 7x_3 = -14 \Rightarrow x_3 = -2 \\
(2) &\Rightarrow 2x_2 + 8 + (-15) = 9 \Rightarrow 2x_2 = 16 \Rightarrow x_2 = 8 \\
(1) &\Rightarrow (-7)x_1 + (-24) + (-8) + (-15) = (-26) \Rightarrow (-7)x_1 = 21 \Rightarrow x_1 = -3
\end{aligned}$$

Solution:  $x_1 = -3, x_2 = 8, x_3 = -2, x_4 = 3$

4)

Solve the linear equation system. Use the Gaussian Elimination algorithm.

Quick:  
3339

$$\begin{array}{rclcl}
-5a & + & 4b & + & -7c & = & 14 \\
\text{a)} & 25a & + & -22b & + & 28c & = & -88 \\
& -15a & & & + & -70c & = & -80 \\
-5a & + & 4b & + & -7c & = & 14 & (1) \\
25a & + & -22b & + & 28c & = & -88 & (2) \quad | + 5 \times (1) \\
-15a & & & + & -70c & = & -80 & (3) \\
-5a & + & 4b & + & -7c & = & 14 & (1) \\
& & -2b & + & -7c & = & -18 & (2) \\
-15a & & & + & -70c & = & -80 & (3) \quad | + (-3) \times (1) \\
-5a & + & 4b & + & -7c & = & 14 & (1) \\
& & -2b & + & -7c & = & -18 & (2) \\
& & -12b & + & -49c & = & -122 & (3) \quad | + (-6) \times (2) \\
-5a & + & 4b & + & -7c & = & 14 & (1) \\
& & -2b & + & -7c & = & -18 & (2) \\
& & & & -7c & = & -14 & (3)
\end{array}$$

Determine variable values:

$$\begin{aligned}
(3) &\Rightarrow x_3 = 2 \\
(2) &\Rightarrow (-2)x_2 + (-14) = (-18) \Rightarrow (-2)x_2 = -4 \Rightarrow x_2 = 2 \\
(1) &\Rightarrow (-5)x_1 + 8 + (-14) = 14 \Rightarrow (-5)x_1 = 20 \Rightarrow x_1 = -4
\end{aligned}$$

Solution:  $a = -4, b = 2, c = 2$

$$\begin{array}{r}
-5a + -9b + 9c = -72 \\
\text{b) } -15a + -35b + 33c = -252 \\
10a + -62b + 48c = -180 \\
-5a + -9b + 9c = -72 \quad (1) \\
-15a + -35b + 33c = -252 \quad (2) \quad | + (-3) \times (1) \\
10a + -62b + 48c = -180 \quad (3) \\
-5a + -9b + 9c = -72 \quad (1) \\
-8b + 6c = -36 \quad (2) \\
10a + -62b + 48c = -180 \quad (3) \quad | + 2 \times (1) \\
-5a + -9b + 9c = -72 \quad (1) \\
-8b + 6c = -36 \quad (2) \\
-80b + 66c = -324 \quad (3) \quad | + (-10) \times (2) \\
-5a + -9b + 9c = -72 \quad (1) \\
-8b + 6c = -36 \quad (2) \\
6c = 36 \quad (3)
\end{array}$$

Determine variable values:

$$(3) \Rightarrow x_3 = 6$$

$$(2) \Rightarrow (-8)x_2 + 36 = (-36) \Rightarrow (-8)x_2 = -72 \Rightarrow x_2 = 9$$

$$(1) \Rightarrow (-5)x_1 + (-81) + 54 = (-72) \Rightarrow (-5)x_1 = -45 \Rightarrow x_1 = 9$$

Solution:  $a = 9, b = 9, c = 6$

Good Luck!